

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра вищої математики та інформатики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Декан факультету математики і інформатики

Григорій ЖОЛТКЕВИЧ



18 \_\_\_\_\_ 2024 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ  
**ПРИКЛАДНІ ЗАДАЧІ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ  
ТА СТАТИСТИКИ**

рівень вищої освіти бакалавр

галузь знань 01 Освіта/Педагогіка

спеціальність 014.04 – Середня освіта. (Математика)

освітня програма «Математика та інформатика»

вид дисципліни вибіркова

факультет математики і інформатики

2024 / 2025 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

протокол № 8 від 27 серпня 2024 р.

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**КУЗНЄЦОВА Вікторія Олександрівна, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри вищої математики та інформатики**

Програму схвалено на засіданні кафедри вищої математики та інформатики протокол № 1 від 27 серпня 2024 року.

Завідувач кафедри



Віктор ЛИСИЦЯ

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика та інформатика»

Гарант освітньої (професійної) програми



Ганна ЧЕРНОВА

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики. протокол протокол № 1 від 27 серпня 2024 р.

Голова науково-методичної комісії



Євген МЕНЯЙЛОВ

## ВСТУП

### Програма навчальної дисципліни «ПРИКЛАДНІ ЗАДАЧІ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ»

складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки «бакалавр»

спеціальності **014.04 – Середня освіта (Математика)**

освітня програма «Математика та інформатика»

#### 1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни “Прикладні задачі теорія ймовірності і статистики” ознайомлення студентів з основними задачами та методами теорії ймовірностей та математичної статистики, а саме, оволодіння основними розподіленнями випадкових величин, які виникають у прикладних задачах, надання уявлення та вивчення проблеми теорії інформації, теорії масового обслуговування, теорії черг, що розв’язуються ймовірними методами; з задачами оцінювання невідомих параметрів генеральної сукупності, побудова вибірових функцій розподілу, перевірка статистичних гіпотез за допомогою критеріїв узгодження Пірсона, Колмогорова, ознайомлення з кореляційним та регресійним аналізом, з кореляційною теорією та її застосуванням.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни є навчання студентів виконувати безпосередньо розрахунки ймовірності складних випадкових подій; оволодіти поняттям випадкової величини та методами обчислювання її числових характеристик; ознайомити студентів з основними випадковими величинами, що виникають у прикладних задачах; надання принципів та методів математичної статистики; надання необхідних математичних формул, тверджень для їх використання у математичній статистиці та теорії випадкових процесів і послідовностей; вивчення основних тверджень теорії випадкових функцій; навчити студентів використовувати статистичні методи для обробки експериментальних даних.

1.3. Кількість кредитів – 4

1.4. Загальна кількість годин – 150

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Нормативна / за вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
4-й	
Семестр	
8 - й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
86 год.	
у тому числі індивідуальні завдання	

## 1.6. Заплановані результати навчання:

### **Знати:**

- визначення випадкової події та її ймовірності, властивості ймовірної події;
- визначення випадкової величини, методи обчислення ймовірності;
- методи обчислення числових характеристик випадкових величин;
- основні випадкові величини, що виникають у прикладних задачах та їх властивості;
- основні поняття, терміни, методи математичної статистики;
- методи оцінювання невідомих параметрів генеральної сукупності;
- основні критерії узгодження статистичних гіпотез;
- основні методи кореляційного та регресійного аналізу;
- основні поняття теорії випадкових процесів і послідовностей.

### **Уміти:**

- виконувати безпосереднє обчислення ймовірностей випадкових подій та за допомогою їх властивостей використовувати випадкові величини у різноманітних практичних задачах;
- обчислювати числові характеристики випадкових величин, використовувати основні розподіли у конкретних задачах;
- використовувати методи математичної статистики для обробки експериментальних даних;
- використовувати теорію випадкових процесів та послідовностей для вирішення прикладних задач.

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

### Розділ 1. Основні поняття та задачі теорії ймовірностей.

#### **Тема 1.** Випадкова подія та її ймовірність

1. Поняття випадкової події та її ймовірності, ймовірносний простір, дискретний та безперервний ймовірносний простір.
2. Класичне означення випадкової події та її ймовірності, статистичне означення ймовірності, основні властивості ймовірності, геометрична ймовірність.
3. Теорема додавання ймовірності, умовна ймовірність, незалежність випадкових подій. Наслідки з аксіом, теорема додавання ймовірностей. Приклади (завдання про збіги) Умовна ймовірність. Незалежні події, умови незалежності, попарно незалежність і незалежність в сукупності. Приклади. Теорема множення ймовірностей.
4. Формула повної ймовірності. Формули Байєса ймовірності гіпотез. Приклад: функція надійності.

#### **Тема 2.** Задачі на повторення випробувань

1. Повторення випробувань, схема Бернуллі, формула Бернуллі.
2. Найімовірніше число появи події в  $n$  незалежних випробуваннях. Граничні теореми в схемі Бернуллі (Пуассона і Муавра - Лапласа)

### **Тема 3.** Випадкові величини, закони розподілу.

1. Випадкові величини, закон розподілу. Ряд розподілу дискретної випадкової величини. Приклади.
2. Функція розподілу випадкової величини. Властивості функції розподілу. Ймовірність влучення значень випадкової величини в заданий інтервал.
3. Функція розподілу дискретної випадкової величини. Приклад: індикатор події (розподіл Бернуллі).
4. Безперервна випадкова величина. Щільність розподілу неперервної випадкової величини. Властивості щільності розподілу. Ймовірність влучення значень випадкової величини в заданий проміжок, геометрична інтерпретація.

### **Тема 4.** Числові характеристики випадкової величини.

1. Математичне очікування випадкової величини (дискретної і безперервної). Властивості математичного очікування.
2. Дисперсія дискретної і неперервної випадкової величини та її властивості. Середнє квадратичне відхилення.
3. Нерівність Маркова та Чебишева. Застосування нерівності Чебишева до оцінки точності вимірювань.

### **Тема 5.** Задачі на основні розподіли випадкових величин.

1. Основні розподіли дискретної випадкової величини: індикатор події, гіпергеометричне, геометричне, біноміальне, Пуассона. Їх мат. очікування і дисперсії.
2. Найпростіший (Пуассона) потік подій, формула Пуассона.
3. Основні розподіли неперервних випадкових величин: рівномірний, показниковий, Ерланга, нормальне, їх мат. очікування і дисперсії.
4. Нормальний розподіл, нормальна крива, її вид при різних значеннях параметрів.
5. Локальна і інтегральна функції Лапласа (інтеграл ймовірності). Імовірність відхилення нормальної випадкової величини від її мат. очікування. Правило трьох сигм. Оцінка похибки вимірювань.
6. Гранична теорема Муавра - Лапласа.
7. Розподіл  $\chi^2$  - квадрат.
8. Розподіл Стьюдента.
9. Розподіл Снедекора-Фішера.

### **Тема 6.** Функції від випадкових змінних величини

1. Функції від випадкової величини, ряд розподілу для дискретної випадкової величини, функція розподілу і щільність розподілу для функції неперервної випадкової величини.
2. Отримання значень випадкової величини з заданим розподілом. Приклади задач.
3. Числові характеристики функції випадкової величини.

### **Тема 7.** Багатомірна випадкова величина.

1. Система двох дискретних випадкових величин, матриця розподілу. Закони розподілу складових, умовні закони розподілу.
2. Система двох неперервних випадкових величин. Спільна щільність розподілу і числові характеристики. Закони розподілу складових. Умовні закони розподілу складових.
3. Залежні і незалежні випадкові величини. Умова незалежності дискретних і безперервних випадкових величин.
4. Закон розподілу суми та добутку випадкових величин, незалежних випадкових величин.
5. Числові характеристики системи двох випадкових величин: мат. очікування і дисперсії

складових, ковариація і коефіцієнт кореляції. Властивості ковариації, нерівність властивості коефіцієнта кореляції.

6. Умовні числові характеристики системи випадкових величин  $(X, Y)$ . Регресія. Формула повторного мат. очікування.
7. Закон повної варіації. Двовимірний нормальний розподіл і його властивості.

## **Розділ 2. Вступ до математичної статистики. Основні методи математичної статистики**

**Тема 8.** Задачі та основні поняття математичної статистики.

1. Поняття вибірки. Вибірка як  $n$ -вимірна випадкова величина. Варіаційний ряд. Емпірична функція розподілу. Гістограма та полігон частот. Приклади задач.
2. Генеральна середня, вибіркова середня, генеральна дисперсія та середнє квадратичне відхилення. Вибіркові моменти.

**Тема 9.** Методи оцінювання невідомих параметрів.

1. Задача оцінювання невідомих параметрів: незміщеність, обґрунтованість, ефективність. Точкові оцінки невідомих параметрів розподілу. Оцінка невідомого математичного очікування та дисперсії. виправлена вибіркова дисперсія. Поняття статистик. Приклади.
2. Метод моментів для точкового оцінювання параметрів. Приклади оцінок.
3. Метод максимальної правдоподібності. Приклади оцінок.
4. Інтервальне оцінювання параметрів: надійність, рівень значущості, довірчий інтервал. Розподіли  $\chi^2$ -квадрат, Стьюдента, Фішера. Оцінки довірчих інтервалів. Приклади задач.

**Тема 10.** Задачі на перевірку статистичних гіпотез.

1. Поняття про критерії узгодженості. Помилки першого та другого роду.
2. Критерії узгодженості Пірсона та Колмогорова. Правило Романовського.

**Тема 11.** Кореляційний, регресійний та факторний аналіз

1. Елементи кореляційного та регресійного аналізу. Вибіркові умовні середні. Вибіркове рівняння регресії. Кореляційне поле, кореляційна таблиця. Вибіркова кореляція та коефіцієнт кореляції. Оцінка сили зв'язку між двома випадковими величинами – шкала Чеддока. Метод найменших квадратів для знаходження рівняння регресії. Приклади задач.
2. Елементи дисперсійного аналізу Групова середня, загальна середня. Групова, міжгрупова та загальна дисперсії. Поняття про дисперсійний аналіз.
3. Залишкова факторіальна та залишкова суми квадратів відхилень.

### 3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с. р.		л	п	лаб.	інд.	с. р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>Розділ 1. Основні поняття та задачі теорії ймовірностей.</b>												
Тема 1. Випадкова подія та її ймовірність	18	4	4			10						
Тема 2. Задачі на повторення випробувань	8	2	2			4						
Тема 3. Випадкові величини, закони розподілу.	10	2	2			6						
Тема 4. Числові характеристики випадкової величини.	10	2	2			6						
Тема 5. Задачі на основні розподіли випадкових величин.	14	4	4			6						
Тема 6. Функції від випадкових змінних величини	16	2	2			12						
Тема 7. Багатомірна випадкова величина.	12	2	2			8						
Разом за розділом 1	88	18	18			52						
<b>Розділ 2. Вступ до математичної статистики. Основні методи математичної статистики</b>												
Тема 8. Задачі та основні поняття математичної статистики.	12	4	4			4						
Тема 9. Методи оцінювання невідомих параметрів.	16	4	4			8						
Тема 10. Задачі на перевірку статистичних гіпотез.	14	2	2			10						
Тема 11. Кореляційний, регресійний та факторний аналіз	20	4	4			12						
Разом за розділом 2	62	14	14			34						
<b>Усього годин</b>	<b>150</b>	<b>32</b>	<b>32</b>			<b>86</b>						

)\* Викладаються дистанційно, на платформі ZOOM

#### 4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

Назва теми	Кількість годин
Тема 1. Поняття випадкової події та її ймовірності, основні властивості ймовірності. Класичне, статистичне, геометрична означення ймовірності.	2
Тема 2. Умовна ймовірність. Формули повної імовірності та Байєса.	2
Тема 3. Дискретні випадкові величини. Закон розподілу, функція розподілу, багатокутник розподілу.	2
Тема 4. Числові характеристики дискретних випадкових величин. Біноміальний закон розподілу та закон розподілу Пуасона.	2
Тема 5. Функція та щільність розподілу безперервних випадкових величин. Рівномірний та показниковий розподіли.	2
Тема 6. Нормальний розподіл.	2
Тема 7. Функції від випадкової величини, ряд розподілу для дискретної випадкової величини	2
Тема 8. Система двох дискретних випадкових величин. Закони розподілу складових, умовні закони розподілу. Закон розподілу суми дискретних випадкових величин, незалежних випадкових величин та його характеристики, властивості коефіцієнта кореляції.	2
Тема 9. Типи законів розподілу випадкових величин. Поняття щільності. Згортка функцій розподілу та щільностей.	2
Тема 10. Первинна обробка даних: вибірка, варіаційний ряд, емпірична функція розподілу.	2
Тема 11. Оцінювання невідомих параметрів розподілу: точкові і інтервальні оцінки невідомого математичного очікування та дисперсії.	2
<i>Контрольна робота.</i>	4
Тема 12. Перевірка статистичних гіпотез: критерій узгодженості Пірсона.	2
Тема 13. Елементи кореляції: кореляційна таблиця, вибіркові умовні середні, коефіцієнт кореляції.	2
Тема 14. Метод найменших квадратів для знаходження рівняння регресії.	2
<b><i>Усього годин</i></b>	<b>32</b>



## 5. Завдання для самостійної роботи

Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
Опрацювання зазначених тем та виконання домашніх завдань:	
Тема 1. Геометрична означення ймовірності. Задача Бюффона.	4
Тема 2. Умовна ймовірність. Формули повної ймовірності та Байєса. (Домашнє завдання)	4
Тема 4. Граничні теореми в схемі Бернуллі (Пуассона і Муавра - Лапласа)	4
Тема 5. Найпростіший (Пуассона) потік подій, формула Пуассона.	4
Тема 6. Випадкові величини. Їх розподіл.	4
Тема 7. Незалежність випадкових подій та випадкових величин.	4
Тема 8. Числові характеристики випадкових величин. Біноміальний та нормальний розподіл. (Домашнє завдання)	4
Тема 9. Розподіл випадкових величин (загальний випадок).	4
Тема 10. Числові характеристики випадкових величин (загальний випадок).	4
Тема 11. Типи законів розподілу випадкових величин. Поняття щільності. (Домашнє завдання)	6
Тема 12. Числові характеристики функції випадкової величини.	4
Тема 13. Закони розподілу системи двох дискретних випадкових величин, умовні закони розподілу. Закон розподілу суми та добутку двох дискретних випадкових величин, незалежних випадкових величин та його характеристики, властивості коефіцієнта кореляції. (Домашнє завдання)	8
Тема 14. Первинна обробка даних: вибірка, варіаційний ряд, емпірична функція розподілу. Оцінювання невідомих параметрів розподілу: точкові і інтервальні оцінки невідомого математичного очікування та дисперсії. (Домашнє завдання)	6
Тема 15. Побудова точкових оцінок невідомих параметрів розподілу за методом моментів.	3
Тема 16. Метод максимальної правдоподібності.	3
Тема 17. Перевірка статистичних гіпотез: критерій узгодженості Пірсона та Колмогорова. (Домашнє завдання)	6
Тема 18. Кореляційна таблиця, вибіркові умовні середні, коефіцієнт кореляції. Знаходження рівняння регресії за методом найменших квадратів. (Домашнє завдання)	6
Тема 19. Поняття групової середня, загальної середньої. Групова, міжгрупова та загальна дисперсії.	4
Тема 20. Залишкова факторіальна та залишкова суми квадратів відхилень	4
Разом	<b>86</b>

## 6. Індивідуальні завдання

Не передбачені робочим планом

## 7. Методи навчання

Лекційно-практичні, пояснювально-ілюстративні, репродуктивні, проблемного викладу, частково-пошукові. У разі оголошення карантину та в умовах воєнного стану, заняття проводяться дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, GOOGLE CLASS), відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна

## 8. Методи контролю

- облік відвідування аудиторних занять; перевірка домашніх завдань; поточний контроль та опитування на лекційних та практичних заняттях;
- перевірка виконання контрольних робіт (1), підсумковий контроль Залік (залікова робота).

## 9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання					залік	сума
Розділ 1	Розділ 2	Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Індивідуальне завдання	Разом		
30	30	60		60	40	100

Для допуску до складання підсумкового контролю (заліку, або екзамену) здобувач вищої освіти повинен набрати **не менше 25 балів** з навчальної дисципліни під час поточного контролю, самостійної роботи, індивідуального завдання.

## Критерії оцінювання навчальних досягнень

Оцінка в балах	Пояснення
50 – 100	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
70 – 89	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50 – 69	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки.

## Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	зараховано
70-89	
50-69	
1-49	не зараховано

## 10. Рекомендована література

### Базова література

1. Гнеденко Б.В. Курс теорії ймовірностей – К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2010. – 464 с.
2. Турчин В.М. Теорія ймовірностей та математична статистика. Основні поняття, приклади, задачі. – Дніпропетровськ, 2014.–556
3. Янцевич А.А. Дьячкова О.В. Теорія ймовірностей і математична статистика. У 2-х ч. Ч 1, X: ХНУ ім. В.Н.Каразіна, 2018, - 212 с.
4. Янцевич А.А. Дьячкова О.В. Теорія ймовірностей і математична статистика. У 2-х ч. Ч 2, X: ХНУ ім. В.Н.Каразіна, 2018, - 212 с.
5. Кармельюк Г. І. Теорія ймовірностей та математична статистика. Посіб. З розв'язання задач : Навч. посіб. / Г. І. Кармельюк- К. : Центр учбової літератури, 2007. – 576 с.

### Допоміжна література

1. Карташов М.В. Ймовірність, процеси, статистика . Посібник. – К.: Видавничо -поліграфічний центр «Київський університет», 2008.– 494 с
2. Дороговцев О.Я., Сільвестров Д.С., Скороход А.В., Ядренко М.Й. Теорія ймовірностей. Збірник задач .–К.:Вища школа, 1976.– 384 с.
3. Kallenberg O. Foundation of Modern Probability, Springer-Verlag, 2002.

## 11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. [www-library.univer.kharkov.ua](http://www-library.univer.kharkov.ua)
2. Сайт кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики механіко-математичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка <https://probability.knu.ua/index.php?page=student>